BeCALM 2.ª parte: Sentido de las operaciones

Plan de estudios inicial para adultos que aprenden matemáticas: Paquete listo para enseñanza a distancia para GLE 2-4

GUÍA DEL MAESTRO

Creado con la financiación de la división de Servicios de Aprendizaje para Adultos y la Comunidad del Departamento de Educación Primaria y Secundaria de Massachusetts por SABES Mathematics and Adult Numeracy Curriculum & Instruction PD Center, el cual es gestionado por TERC Inc.

Nivel del estudiante

El contenido de matemáticas está dirigido a estudiantes de matemáticas de nivel ABE (aproximadamente GLE 2-4). Si bien los estudiantes adultos de este nivel de matemáticas pueden tener cualquier nivel de lectura, los materiales para estudiantes fueron diseñados para ser utilizados por adultos con un nivel de lectura GLE 2 o superior. Para que todo sea accesible, el texto del paquete para el estudiante se ha reducido al mínimo, de modo que pueda utilizarse con estudiantes de un nivel de lectura ABE o con estudiantes principiantes o intermedios de inglés.

Sugerencias de uso

El Paquete del estudiante fue diseñado para ser utilizado por los estudiantes mientras asisten a clases remotas y sincrónicas, pero también podría utilizarse para la enseñanza presencial o híbrida. La mayoría de las actividades de cada unidad funcionan mejor cuando se realizan de forma sincronizada, pero las rutinas, una vez establecidas, podrían asignarse para las tareas.

Los estudiantes del nivel sugerido (GLE 2-4) suelen estar *desarrollando* las habilidades contempladas en esta unidad, y no simplemente repasándolas. La prueba piloto de estos materiales ocupó entre 8 y 10 horas de clase sincronizada para cada unidad. Este tiempo incluyó todos los elementos sincrónicos que se indican a continuación.

Componentes de la instrucción sincrónica

Rutinas

Las rutinas de clase pueden ser herramientas potentes en el aula de matemáticas. Las rutinas proporcionan una estructura familiar a una actividad que ayuda a los estudiantes a sentirse seguros porque las instrucciones y las expectativas son predecibles. Sin embargo, una buena rutina matemática sigue proporcionando un reto cognitivo y exige siempre algún tipo de resolución de problemas. Hay varias rutinas incluidas en esta unidad que reaparecen al final de cada unidad. Hay notas y descripciones de cómo facilitar estas rutinas en los detalles de la unidad. Otras rutinas comunes, como el Número del Día o las Conversaciones matemáticas, también funcionan bien en la enseñanza sincrónica con estudiantes de este nivel, aunque no aparezcan en los materiales para estudiantes.

Introducción de nuevos conceptos

Cada unidad incluye una o dos actividades para introducir los nuevos conceptos de esa unidad. Las instrucciones para facilitarlo se incluyen en los detalles de la unidad. El objetivo es sentar las bases para la comprensión conceptual de los conceptos, en lugar de limitarse a explicar los procedimientos.

Vocabulario y cosas para tener en cuenta

Cada unidad incluye algunas sugerencias sobre palabras de vocabulario útiles y conceptos erróneos comunes o ideas interesantes de los estudiantes que surgieron en la clase piloto.

Relevancia

La relevancia o relación es una parte fundamental de los principios educativos de los adultos, y los estudiantes principiantes de matemáticas no son una excepción. Hay diferentes maneras de hacer que un buen contenido matemático conceptual sea relevante para los alumnos adultos:

- Podemos ayudarles a aprender nuevas estrategias para las tareas matemáticas que ya realizan, como la estimación.
- Podemos afirmar las ideas matemáticas que tienen para ayudarles a corregir percepciones sobre sí mismos como estudiantes de matemáticas.
- Podemos enseñarles habilidades que potenciarán su independencia y su capacidad para desenvolverse en situaciones académicas y de la vida real relacionadas con las matemáticas, tanto en lo inmediato como en el futuro.
- Podemos establecer conexiones con temas histórica y culturalmente relevantes.
- Podemos darles un espacio para reflexionar sobre su identidad como estudiante de matemáticas.
- Podemos ayudarles a reflexionar sobre el papel que desempeña el pensamiento y el aprendizaje matemático en nuestra sociedad, especialmente cuando se trata de cuestiones de justicia y equidad.

Cada unidad de este plan de estudios ofrece una lectura o un estímulo para el debate orientado a uno o varios de los objetivos anteriores.

Interacción con los estudiantes y habilidades interpersonales

Siempre que sea posible, es útil permitir que los estudiantes interactúen y trabajen juntos sin que el maestro esté constantemente presente. Esto puede hacerse a menudo utilizando salas para grupo pequeños (también llamadas salas paralelas o auxiliares) en los programas de videoconferencia. Siempre que todos los estudiantes tengan a su disposición el material para estudiantes, pueden trabajar juntos en algunas de las actividades o rutinas, pero el trabajo en grupo a distancia suele requerir más andamiaje que en una clase presencial. Puede ser útil discutir explícitamente las expectativas, la etiqueta y los objetivos antes de dividirse en grupos y hacer un balance después para solucionar cualquier problema con el proceso. Dado que las interacciones a distancia suelen ofrecer menos en términos de comunicación no verbal, los estudiantes tendrán que aprender formas de ser más explícitos y verbales en su comunicación con sus compañeros.

Apoyo técnico

El apoyo y la enseñanza sincrónica con tecnología son a menudo necesarios para que los estudiantes tengan éxito en un entorno remoto. Esto incluye la instrucción sobre cómo navegar y utilizar las funciones del software de videoconferencia (como Zoom o Google Meet), y cómo utilizar las funciones de cualquier otra aplicación o software utilizado para la comunicación escolar, las tareas u otra instrucción asíncrona. La mayoría de los estudiantes se beneficiarán de, al menos, alguna instrucción sincrónica con demostraciones cuando empiecen una clase, con repaso y apoyo frecuentes según sea necesario. Los estudiantes que tienen dificultades con la tecnología suelen tener más éxito con la ayuda sincrónica que con los videos o los documentos, así que incorpórela a su horario de clase si no están recibiendo esta ayuda en otro lugar.

Resumen de los unidades

- Unidad 6: Centenas y millares
- Unidad 7: La resta y las rectas numéricas
- Unidad 8: Profundizar en la sustracción
- Unidad 9: Nuestro sistema de base diez

Cada parte del paquete del estudiante incluye materiales para:

- Relevancia
- Actividades y Práctica
- Rutinas
- Autoevaluación

Antecedentes matemáticos: Sentido numérico y de las operaciones

Nota: *Gran parte del contenido de las Guías del maestro y de los Paquetes del estudiante para el Plan de estudios del sentido numérico, partes 1 y 2, se ha reproducido y adaptado de los libros del maestro y estudiante de EMPower Plus: Everyday Number Sense (Sentido numérico cotidiano), con permiso del autor (Adult Numeracy Center en TERC).*

EMPower se esfuerza por aprovechar al máximo las estrategias que los adultos aportan y hace explícita la comprensión que los adultos tienen de los números para que puedan construirse las nuevas ideas a partir de esta base. Los adultos sumamente hábiles en el cálculo utilizan estrategias flexibles, precisas y eficaces para manipular números y cantidades en la resolución de problemas del mundo real.

La importancia de que los estudiantes aporten su comprensión en el aula

Muchos estudiantes han inventado o recopilado un conjunto de estrategias que eluden los procedimientos (los métodos o algoritmos) que se han enseñado históricamente en la escuela, aunque pueden pensar que no son las formas aprobadas por la escuela o "reales". Las observaciones de los adultos en el trabajo y en situaciones de consumo descubren una sorprendente variedad de métodos. Es importante que se anime a los estudiantes a poner en práctica su propio sentido matemático en diversas situaciones para gestionar las exigencias matemáticas de la escuela y de la vida cotidiana. Las estrategias y los métodos pueden incluir una mezcla de recuento con los dedos, matemáticas mentales, estimaciones, uso de la calculadora y métodos de papel y lápiz. Estas estrategias pueden ayudar a comprender las matemáticas superiores.

Desarrollar el sentido numérico

Tener un sentido respecto a los números significa tanto entender cómo se construyen las cantidades numéricas como la forma en que se relacionan entre sí.

Los adultos hábiles con los números pueden ser flexibles con ellos. Son capaces de descomponer los números de diferentes maneras. Por ejemplo, podrían ver el 36 como seis más que el 30, cuatro menos que el 40, o más de la mitad del 50. Utilizan números como 10, 100 y 1,000 como puntos de referencia con los que razonar. Además, pueden comparar los números entre sí de forma absoluta (¿cuánto más son 3,000 que 200?) así como de forma relativa (¿3,000 es cuántas veces mayor que 200?).

Para apoyar el desarrollo de esta apreciación útil y flexible de los números, las lecciones de la unidad animan a los estudiantes a buscar patrones y generalizaciones.

Reconocer el sentido de las operaciones

La mayoría de los materiales de esta unidad no consisten en enseñar o siquiera repasar los algoritmos habituales de la suma y la resta. Más bien, los alumnos comparten y refuerzan sus propias estrategias fiables, que pueden incluir la duplicación secuencial, la reducción a la mitad, la multiplicación por múltiplos de 10 y el uso de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.

Una pregunta habitual en cualquier clase de matemáticas es: "¿Qué debo hacer: sumar, restar, multiplicar o dividir?". Esta situación puede deberse a varios factores: la dificultad para moverse entre el texto y la letra impresa; una frágil comprensión del valor posicional y una débil capacidad de cálculo mental o de estimación (por lo que no están seguros de la magnitud de la respuesta); o la falta de una verdadera comprensión de la suma, la resta, la multiplicación y la división. Los estudiantes han de "comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan entre sí" (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), 2000, p. 34).

La comprensión profunda llega cuando una persona tiene un cierto sentido para los diversos modelos de una operación. No basta, por ejemplo, con concebir la sustracción como la sustracción de una cantidad de otra. El modelo de "quitar" funciona para tener una cantidad de dinero, gastar una parte y calcular lo que le queda. Sin embargo, no se le quita nada a nada cuando se compara la cantidad de dinero que tiene en el banco con la que desearía tener. El concepto de sustracción como diferencia o comparación es útil en este caso. Saber cómo se relacionan las operaciones le da a una persona una gama más amplia de formas de abordar la solución de un problema.

La importancia de los modelos visuales

Para comunicar hábilmente las matemáticas y abordar con flexibilidad los problemas, los adultos necesitan habilidades de visualización y expresión. Necesitan "ver" el problema y saber cómo expresar el problema y sus procesos de solución no solo con palabras y con notación, sino también con representaciones visuales.

Una pregunta recurrente para los estudiantes aquí es "¿Cómo lo sabes?". Para responder a esta pregunta y hacer visible el funcionamiento de las matemáticas, contamos con representaciones visuales, como las rectas numéricas, los diagramas, las palabras y las ecuaciones.

Unidad 6: Centenas y millares

Objetivos de aprendizaje	CCRSAE
Puedo redondear números a la decena y a la centena más cercana.	3.NBT.1
Puedo leer y escribir números grandes en centenas y miles.	2.NBT.1–4
Puedo ordenar y localizar los números de las centenas y de los millares en una recta numérica.	2.NBT.1–4
Puedo dar una razón por la que una opción no pertenece al grupo.	MP.3
Puedo continuar trabajando en un problema complejo, aunque no lo entienda de inmediato.	MP.1
Puedo completar los números que faltan en una recta numérica.	2.MD.6, también con intervalos de longitudes superiores a 1*

***NOTA:** Los tres últimos objetivos de aprendizaje se refieren a las rutinas y se repiten en cada parte.*

Los CCRSAE no tienen muchos estándares específicos sobre el aprendizaje del uso de un diagrama de recta numérica, aunque se mencionan a lo largo de los niveles como ayuda visual para el razonamiento de otros estándares. Las rectas numéricas también aparecen en diferentes ámbitos (por ejemplo, en 3.NF.2-3 se aborda el uso de la recta numérica con las fracciones). Adquirir soltura con su uso a un nivel temprano ayudará a los estudiantes tanto a desarrollar el sentido numérico como a estar preparados cuando se encuentren con ellos en mediciones, datos, etc.

***NOTA:** Los materiales de EMPower que aparecen en la Unidad 6 pueden encontrarse en la Lección 3 (Viajar con los números) de los libros de Everyday Number Sense: Mental Math and Visual Models* (Sentido numérico cotidiano: Matemáticas mentales y modelos visuales.

Antecedentes matemáticos

La recta numérica es un modelo visual que puede utilizarse como herramienta de pensamiento. La conexión de los números con los puntos es una idea de peso y fundamenta la comprensión de los gráficos y de los instrumentos similares (termómetros y reglas). Una recta numérica permite ver los valores relativos de los números y también ilumina las operaciones con números. Sumar y restar puede considerarse como un salto hacia arriba y hacia abajo de la recta numérica. Las diferencias entre los números se relacionan con la distancia entre los puntos. La multiplicación se representa visualmente mediante saltos de tamaño equivalente (suma repetida), y la división puede verse como el recuento del número de veces que una distancia determinada puede encontrarse en otra distancia.

El redondeo hace hincapié en las marcas de una recta numérica. Por ejemplo, se pide a los estudiantes que consideren la colocación de 1,170 en una recta numérica que se extiende de 0 a 3,000, marcada en incrementos de 100. El punto correspondiente debería estar más cerca de 1,200 que de 1,100.

A medida que los estudiantes comienzan a centrarse en los números de las centenas y los miles en esta unidad, también están ampliando los patrones que conocen con los números del 0 al 100 para aplicarlos a valores posicionales mayores. Por ejemplo, cuando tenemos 9 decenas (90), y añadimos una decena más, pasamos al siguiente valor posicional (100). Este patrón puede extenderse al aumento del valor en el lugar de las centenas (690 se convierte en 700). Entonces, el patrón puede verse de nuevo cuando tenemos 9 centenas (900). Cuando añadimos una centena más, pasamos de nuevo a un valor posicional mayor (1,000). Los estudiantes deben explorar y concretar cómo funcionan estos patrones para que puedan construir su comprensión y fluidez con números enteros más grandes.

Relevancia

Equidad y desigualdad en el transporte en Estados Unidos

La unidad se abre con un breve artículo de *The Change Agent** (El Agente de Cambio) sobre la experiencia de los estudiantes de educación de adultos con el transporte. El artículo puede leerse dentro o fuera de clase. A continuación, se plantean algunas preguntas de debate sobre cómo afecta a los estudiantes el acceso al transporte, para que piensen en su propia experiencia y para iniciar el debate sobre el papel que ha desempeñado el transporte en las desigualdades históricas en Estados Unidos.

**Los maestros de Massachusetts tienen derecho a una suscripción gratuita a The Change Agent. Envíe un email a changeagent@worlded.org para conocer los detalles.*

Más adelante en esta unidad, los estudiantes aprenderán sobre el Green Book (El Libro Verde) y las dificultades que los afroamericanos y otras minorías enfrentaron al viajar en automóvil bajo el régimen de segregación de Jim Crow. Esto se relaciona con una actividad en la que los estudiantes tienen que planificar el viaje por la I-90 decidiendo dónde parar cada día. Los conductores afroamericanos durante la época de Jim Crow tenían que planificar no solo la distancia, sino también la seguridad. El uso de los viajes de larga distancia permite a los estudiantes trabajar con números de centenas y millares en un contexto real y reflexionar sobre el papel que desempeña el transporte en la lucha por la equidad. También leen sobre cómo los líderes de los Derechos Civiles en las décadas de los 50 y 60 apuntaron a la segregación en el transporte y los alojamientos públicos para las primeras protestas.

Dependiendo de su alumnado, puede tener estudiantes con experiencias personales de las situaciones y acontecimientos históricos tratados en esta unidad. Si tiene acceso a Internet en su aula, también puede ser útil mostrar un video para dar más información visual y de fondo, como por ejemplo:

The Negro Motorists Green Book and Route 66 (El libro verde para conductores negros y la Ruta 66) de Candacy Taylor https://www.youtube.com/watch?v=6V0Wxr37N70

Actividades y Práctica

Uso del transporte en EE.UU.

Estos dos artículos breves podrían asignarse a grupos diferentes, o bien podría hacer que los estudiantes leyeran ambos y luego discutieran las preguntas.

¿Cuántas millas hasta Boston?

Esta actividad presenta a los estudiantes una recta numérica para números de tres y cuatro cifras y se vincula con el tema de la equidad en el transporte de Estados Unidos.

El mapa con el que se inicia esta actividad puede ayudar a iniciar un debate sobre cuáles son los estados del mapa que los estudiantes conocen, por dónde han viajado y por qué carreteras conducen o viajan. Si la Interestatal 90 está cerca de donde se encuentra su programa, ¡hable de ella! Pregunte a los estudiantes si se han fijado en los marcadores de millas en las carreteras o, si son conductores, cómo llevan la cuenta de las distancias en la carretera.

He aquí algunas otras preguntas para hacer mientras se platica sobre el mapa:

- ¿Qué estado crees que tardarás más en cruzar?
- ¿Qué estado crees que tardarás menos en cruzar?
- ¿En qué estado estarás cuando estés a medio camino de Seattle a Boston?

Explique que la I-90 tiene unas 3,000 millas de longitud. Pida a los estudiantes que estimen el tiempo que tardarían en recorrer toda la longitud. A continuación, pase a la siguiente página con la recta numérica. En este caso, los estudiantes utilizarán la recta numérica para calcular cuántos días les llevaría recorrer toda la longitud si conducen 300 millas al día. Asegúrese de que los estudiantes puedan identificar que los incrementos en la recta numérica son de 100 millas.

Planificar un viaje

Explique a los estudiantes que van a planificar un viaje de Seattle a Boston (vuelva al mapa de la página 6 si le resulta útil) decidiendo en qué ciudad se alojarán cada noche. Muéstreles el gráfico de la página 10. Seattle, WA está en la milla 0. Explíqueles que deben intentar recorrer unas 300 millas cada día. Una vez que hayan planificado su viaje marcando con un círculo las ciudades en las que se alojarán en la página 9, deberán volver a la página 8 para responder a las preguntas.

Los viajes y los derechos civiles en EE. UU.

Esta sección incluye cuatro lecturas breves y una lista de vocabulario. Introduzca una discusión sobre el Libro Verde refiriéndose a la planificación del viaje que los estudiantes hicieron en la actividad anterior, y explique que los viajes de larga distancia en automóvil no han sido la misma experiencia para todos. Introduzca parte del vocabulario, como Jim Crow y Sundown Towns, y Libro Verde (Green Book), y vea lo que sus estudiantes ya saben. A continuación, muestre un breve video para proporcionar algunos antecedentes históricos, como el mencionado en la sección de relevancia anterior.

Las dos primeras lecturas se refieren a los viajes en automóvil de larga distancia y al Libro Verde. Las otras dos lecturas analizan las acciones (finalmente exitosas) emprendidas por los activistas de los Derechos Civiles para resistir la injusticia en el transporte y los alojamientos públicos. Es revelador que el transporte y los alojamientos públicos fueran dos de los primeros objetivos del movimiento por los Derechos Civiles: tuvieron efectos muy tangibles en la vida de las personas. También es importante reconocer que la lucha por la justicia en el transporte no se refería solo a la indignidad de las instalaciones "separadas pero iguales", como tener que sentarse en la parte trasera del autobús, sino al acoso, la intimidación y la violencia a la que se enfrentaban los afroamericanos y otras minorías objetivo. A veces se resta importancia a esta violencia y a la constante amenaza de violencia en los debates sobre estos acontecimientos.

Redondear a la decena más cercana, redondear distancias, ¿está más cerca de...?

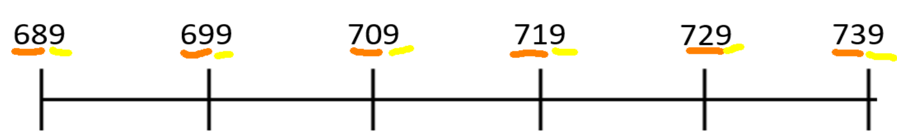
Esta actividad revisa primero el redondeo a la decena más cercana antes de pasar al redondeo a la centena más cercana. Según sea necesario, repase los conceptos de colocación y proximidad utilizando las rectas numéricas.

Colocación: ¿Entre qué decenas se encuentra el número 127? (120 y 130). Los estudiantes tienen que ser capaces de identificar entre qué decenas (o centenas) se encuentra un número antes de poder redondear. En esta actividad, practique con números de tres o incluso cuatro dígitos. Si los estudiantes tienen dificultades para identificar la colocación de los números de tres y cuatro cifras, puede resultarles útil practicar el conteo por decenas (véase a continuación).

Conteo por decenas: Proporcione una recta numérica sin rótulos. Explíqueles que van a contar por decenas. Haga que los estudiantes se turnen. Dé a cada estudiante un número inicial que sea un múltiplo de diez en las centenas o los miles, por ejemplo, 370. Los estudiantes suelen tener dificultades cuando el lugar de las centenas cambia (390, 400, 410) y la repetición de esta actividad de conteo como calentamiento puede ayudar a los estudiantes a interiorizar con más seguridad ese patrón.

A medida que se sientan más cómodos, intente contar por decenas en las que cambie el lugar del millar (1980, 1990, 2000, 2010), o intente contar por decenas empezando por números que no sean múltiplos de diez (567, 577, 587, 597, 607). Esta práctica puede ser provechosa para familiarizar a los estudiantes con la secuencia y los patrones de los números más grandes. Durante esta actividad, llame la atención de los estudiantes sobre los números después de registrarlos. Pregunte,

¿Qué patrones ves? ¿Qué números (valores posicionales) están cambiando? ¿Qué valores posicionales permanecen igual?



Proximidad: Una vez que los estudiantes puedan identificar "entre qué decenas" se encuentra un número, podrán pensar a cuál de esas decenas se acerca el número. Hay varias páginas de rectas numéricas en el paquete que pueden ayudar a los estudiantes a visualizar esa proximidad.

Una vez que los estudiantes redondeen con seguridad a la decena más cercana los números de tres y cuatro cifras, empieza a repetir estas actividades con las centenas ("Entre qué centenas", contar por centenas, etc.)

Estas actividades funcionan mejor cuando se revisan con frecuencia. La clase puede volver a esto como calentamiento, por ejemplo, mientras trabaja con otros materiales de la unidad.

Redondear distancias

Tenga en cuenta que en el gráfico se indican las distancias a través de cada estado (en millas). Los estudiantes deben redondear esas distancias a números más amigables.

En primer lugar, redondearán a la decena más cercana. Hagan juntos los primeros problemas, siempre preguntando:

> *¿Entre qué dos decenas se encuentra el número?*
>
> *¿A qué decena se acerca más?*

Pida a los estudiantes que utilicen la recta numérica como herramienta para demostrar o comprobar la proximidad. Haga lo mismo para redondear a 100, preguntando:

> *Haga lo mismo para redondear a 100, preguntando:*
>
> *¿A qué decena se acerca más?*

Por último, compare las sumas de los diferentes redondeos. Pregunte:

> *¿Cómo se comparan las sumas de los números redondeados con la suma real?*

Práctica del valor posicional

Introduzca la tabla de valor posicional y explique cómo se leen los números en los miles. También converse de que las comas se utilizan como separadores de valor posicional en EE. UU., y estas pueden ayudarnos a leer números grandes más fácilmente.

Nota cultural: *Muchos países del mundo utilizan la coma como punto decimal y emplean puntos o espacios como separadores de valor posicional. Por ejemplo, mil trescientos cincuenta y veinticinco centésimas…*

Escrito en notación estadounidense: 1,350.25

Escrito en notación brasileña (entre otros): 1.350,25

Este es un punto importante que hay que plantear a los estudiantes, especialmente si tiene estudiantes de otros países.

Lectura y escritura de números grandes

Hay dos páginas de una actividad titulada "Leer y escribir números grandes". Ponga a los estudiantes en parejas y asigne a un estudiante para que sea A y al otro B. (En un aula remota, tendrá que poner las parejas en salas de descanso). Haga que el estudiante A lea los números de la página 22, mientras que el estudiante B los escribe (en el cuadro de diálogo o en una pizarra). A continuación, el estudiante B debe compartirlo mientras el estudiante A comprueba que coincide con el número que ha leído. Cuando hayan terminado esta página, pueden pasar a la siguiente e intercambiar de rol.

Más actividades prácticas

A continuación, hay varias actividades de práctica que pueden realizarse de forma individual, con un compañero o con toda la clase:

- **Escribir números grandes:** Más práctica en la escritura de números de cuatro y cinco dígitos en forma estándar
- **Picos altos y no tan altos:** Practicar la ordenación de los números en los miles
- **Escribir cheques:** Practicar la traducción entre la forma estándar y la escrita de los números en miles
- **Archivar:** Practique la ordenación de los números en los miles (pregunte a los estudiantes qué valores de posición les ayudan a decidir dónde colocar la ficha)
- **Archivar más:** Practicar la ordenación de los números en los millares

Vocabulario y cosas para tener en cuenta

Vocabulario

valor posicional, redondeo

Posicionamiento y secuenciación de grandes números

Muchos estudiantes principiantes no dominan del todo cómo se secuencian los números de las centenas y los millares. Actividades como "Contar por decenas y centenas" (descritas anteriormente) pueden ser útiles. Continúe llamando la atención de los estudiantes sobre los valores y patrones de lugar preguntando *¿Qué patrones ves? ¿Qué permanece igual? ¿Qué cambia?* La visualización de la recta numérica también es un apoyo útil.

Incomodidad con la estimación/preguntas abiertas

Algunos estudiantes se sienten incómodos cuando trabajan con números que usan cotidianamente. Los estudiantes pueden tener dificultades con la actividad de planificación de un viaje porque los números no son fáciles de leer. Entonces, ellos los estiman y toman decisiones basándose en la estimación. Recuérdeles que, así es como suelen funcionar los números en un contexto real. Hay más de una forma de planificar el viaje. Deben discutir con los demás por qué elegirían una ciudad u otra. La actividad en la página 7 del paquete del estudiante les pide a los estudiantes que determinen cuántos días tomará un viaje de Seattle a Boston.

Notas del maestro para las rutinas

Facilitación de ¿Cuál no pertenece? 6

Esta actividad de *¿Cuál no pertenece?* utiliza números enteros en las centenas y los millares. Los dígitos se limitan a 1, 0 y 5 para animar a los estudiantes a pensar en cómo la colocación de los dígitos (valor posicional) afecta a un número.

No hay una única respuesta correcta para estas actividades. La cuestión es argumentar a favor de la que se ha elegido. En la mayoría de los casos, se podría presentar un argumento válido para cualquiera de los cuatro números. Puede llevar algún tiempo que los estudiantes comprendan que no hay una respuesta correcta, sino muchas respuestas diferentes que podrían ser correctas, siempre y cuando identifiquen correctamente un atributo que las diferencie de las demás.

Cuando facilite el trabajo a distancia, asegúrese de que los estudiantes tengan tiempo para pensar antes de empezar a compartir, y permita que lo haga el mayor número posible de estudiantes (el cuadro de chat funciona bien para esto).

Algunas respuestas posibles:

- El 500 no pertenece porque es el único número de tres cifras.
- El 1,501 no pertenece porque es el único número con un solo dígito cero.
- 1,005 no pertenece porque es el único número con un cero en el lugar de la centena.
- 1,500 no pertenece porque es el único múltiplo de otro número en el cuadrado (500 x 3). También es el único número superior a mil con el cero en el lugar de las unidades.

Facilitación del problema Open Middle (Intermedia Abierta): Cerca de 1,000

Si es necesario, recuerde a los estudiantes cómo funcionan los problemas de Open Middle: están colocando un dígito en cada casilla para crear, en este caso, tres números de tres cifras. Puede modificar esta actividad comenzando sin la restricción de los dígitos y haciendo que intenten acercarse a los 1,000, y luego hacer que lo resuelvan de nuevo con la restricción. (O utilice la restricción de los dígitos como una extensión para los estudiantes que necesitan un reto).

Este problema obliga a los estudiantes a prestar atención al valor posicional, ya que tendrán que colocar estratégicamente los dígitos en determinados valores posicionales para intentar alcanzar el total deseado. A menudo, los estudiantes comenzarán prestando atención solo al lugar de las centenas, y terminarán con una suma superior a 1,000 (todas las centenas suman 1,000, y las decenas y unidades las superan).

> 519 + 376 + 284 = 1,179 (Sólo las centenas suman 1,000, y las decenas y unidades crean otras 179)

Luego puede que se den cuenta de que las decenas y las unidades pueden hacer fácilmente una centena más y decidan ajustar el lugar de las centenas en consecuencia.

> 418 + 367 + 259 = 1,044 (Las centenas suman 900, el total final está más cerca de 1,000.)

Los estudiantes también pueden descubrir que pueden "intercambiar" las decenas y las unidades sin cambiar el total. Por ejemplo,

> 467 + 359 + 218 = 1,044 (los dos primeros valores posicionales intercambiados del ejemplo anterior, el mismo total)

Los estudiantes pueden empezar probando diferentes combinaciones al azar, pero deben volverse más estratégicos con el tiempo. Si un estudiante está atascado, sugiérale que intente intercambiar dos dígitos dentro de un número para ver cómo afecta al total (¿Se hace más grande o más pequeño? ¿Por qué?)

> 519 + 376 + 284 = 1,179
>
> 591 + 376 + 284 = 1,251 (se intercambió los dígitos 1 y 9 y el total se hizo más grande. ¿Por qué?)

También hay una gran herramienta en línea que los estudiantes pueden utilizar para explorar este problema:

Close to 1000 *(Cerca de 1000)* de John Ulbright
https://www.geogebra.org/m/mYTjP7Fc

Algunas soluciones que se acercan a los 1,000:

- Hay muchas maneras de hacer 999, incluyendo 247 + 563 + 189.
- Entre las respuestas próximas a 1,000 está 195 + 327 + 486 = 1,008.

Acertijos de la recta numérica 6a:

A: 900, intervalos con un valor de 300

B: 500, intervalos con un valor de 500

C: 500, 1,000, intervalos con un valor de 250

Acertijos de la recta numérica 6b:

A: 420, intervalos con un valor de 210

B: 4,000, intervalos con un valor de 2,000

C: 3,500, 4,000, intervalos con un valor de 250

Unidad 7: La resta y las rectas numéricas

Objetivos de aprendizaje	CCRSAE
Puedo utilizar una recta numérica para explicar mis estrategias de suma y resta.	2.NBT.7
Puedo contar de 10 en 10 y de 1 en 1 para resolver problemas de suma y resta.	2.NBT.7–8
Puedo escribir ecuaciones que coincidan con mis estrategias.	2.OA.1
Puedo dar una razón por la que una opción no pertenece al grupo.	MP.3
Puedo continuar trabajando en un problema complejo, aunque no lo entienda de inmediato.	MP.1
Puedo completar los números que faltan en una recta numérica.	2.MD.6, también con intervalos de longitudes superiores a 1

***NOTA:** Los materiales de EMPower que aparecen en la Unidad 7 pueden encontrarse en la Lección 4 (Viajar en el tiempo) de los libros de Everyday Number Sense: Mental Math and Visual Models* (Sentido numérico cotidiano: Matemáticas mentales y modelos visuales).

Antecedentes matemáticos

Estos problemas de comparación de números requieren la realización de restas o sumas para resolverlos:

- Tengo 54 años, Rachel tiene 27, ¿cuántos más tengo yo?
- Sally vive en la calle 53 y yo en la 120; ¿qué distancia nos separa?
- ¿Cuánto tiempo hace que los hermanos Wright volaron su primer avión?

Los problemas anteriores representan dos modelos de sustracción: (1) cuánto más grande es un número que otro (el ejemplo de la edad) y (2) la distancia entre dos números (los ejemplos de la dirección y el avión). En cada uno de ellos, la resta resuelve el problema. También lo hace la adición. Tradicionalmente, los libros escolares los enseñan como 54 – 27 o 120 – 53. Sin embargo, cuando la gente los resuelve mentalmente, suele utilizar la suma.

Utilizando el problema de la edad como ejemplo, la gente puede contar:

> “de 27 a 30 es 3, a 54 es 24, y 3 y 24 son 27”.

O cuentan y ajustan:

> “de 27 a 57 hay 30, pero me he pasado, así que son 3 menos, o 27”.

Y al restar, la gente a veces explica el problema de la siguiente manera:

> "54 menos 4 es 50, menos 20 es 30, menos otro 3 es 27, así que son 4 y 20 y 3, o sea, 27".

O bien, pueden imaginarse el tradicional algoritmo vertical y tomar prestado:

$$\begin{array}{r} {}^{4}\cancel{5}{}^{1}4 \\ -27 \\ \hline 27 \end{array}$$

Esta es otra forma de anotar esto:

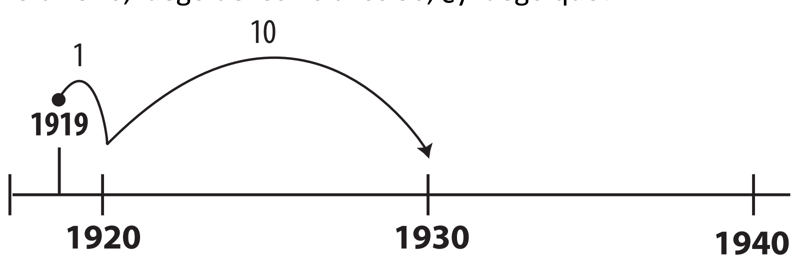
$$\begin{array}{r} 40 \\ -20 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ -\ 7 \\ \hline 7 \end{array} \qquad 20 + 7 = 27$$

Todas estas estrategias llegan a la solución, en este caso 27. Esta lección se centra en contar hacia adelante o hacia atrás y en utilizar la recta numérica para ayudar a mostrar los movimientos. Utilizar grupos de 10, 5 y 1 para contar es uno de los primeros métodos eficaces que los estudiantes adquieren para sumar o comparar números. En esta lección, pudiera observar que algunos estudiantes cuentan solo de 1 en 1. La recta numérica puede fomentar diferentes estrategias, como contar hacia adelante, sumar y contar hacia atrás.

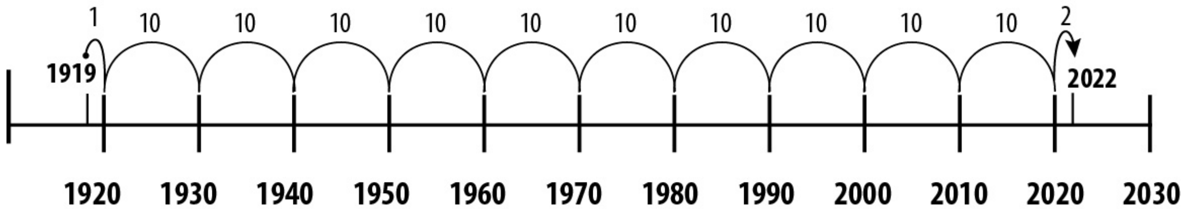
La siguiente es una forma de introducir esas categorías en clase. Primero,

Diga: *He dibujado una recta numérica para mostrar cuándo se aprobó la 18.ª enmienda (la Prohibición, que prohíbe la fabricación y venta de alcohol) en Estados Unidos:*

Después: Pasé de 1919 a 1920, luego de los 20 a los 30, ¿y luego qué?

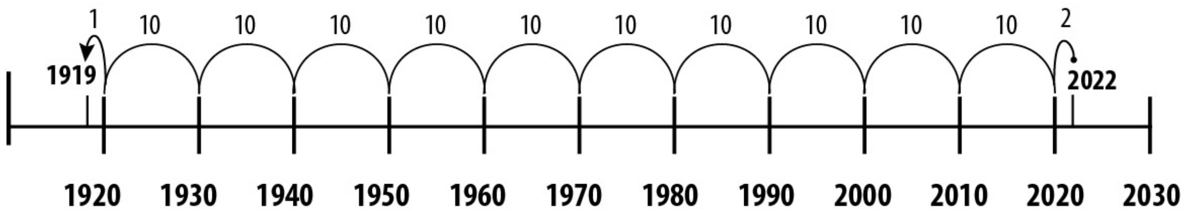


A medida que los estudiantes respondan, por ejemplo, del 30 al 40, y del 40 al 50, añádalos a su recta numérica, e indique el número encima de cada salto, así:



Luego: Esta forma se llama "contar o sumar hasta un múltiplo de 10".

¿Y si empieza por el número mayor y cuenta hacia atrás? Empecé en el 2022, luego pasé al 21, al 20, al 10, al 00, al 90, al 80... ¿y luego qué?



Cuando los estudiantes le digan el resto (por ejemplo, '70, '60, '50, ... '20, '19), pídales que le ayuden a rotular los números, y escriba

$$1 + 1 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 = 103 \text{ años}$$

o

$$2 + 100 + 1 = 103 \text{ años}$$

Finalmente: Esta forma se llama "restar/contar hasta un múltiplo de 10".

Trabajar con 10 y 1 refuerza el sistema de valor posicional que utilizamos para los números. Sin embargo, a medida que los estudiantes adquieran mayor destreza, espere que cuenten por múltiplos de 10, por 20, por 50 o por 100.

Relevancia

Esta unidad se abre con una explicación de cómo se cuentan los siglos. (¿Por qué la década de 1900 fue el siglo XX?) Es una idea muy confusa y puede dar lugar a un momento revelador.

Más adelante, esta unidad utiliza las rectas numéricas para analizar algunos acontecimientos importantes de la historia de Estados Unidos. Esta puede ser una forma de exponer a los estudiantes a algunos acontecimientos históricos con los que quizá no estén familiarizados, así como de debatir qué acontecimientos históricos creen que deberían incluirse. ¿Quién decide qué acontecimientos se consideran "importantes"? ¿Qué hace que un acontecimiento sea "histórico"?

Si tiene estudiantes de otros países, también podría abrir el debate para incluir acontecimientos (de los últimos 100 años más o menos) ocurridos en sus países que ellos consideren "históricos".

También se han añadido algunas notas sobre grupos de personas que suelen quedar fuera de las historias sobre estos acontecimientos concretos, como el papel que desempeñaron las activistas afroamericanas en el Movimiento Sufragista, o el papel que desempeñaron las mujeres que trabajaban en las fábricas durante la Segunda Guerra Mundial. Un debate sobre las similitudes y diferencias entre la pandemia de gripe de 1918 y la pandemia de COVID-19 podría ser también oportuno e interesante.

Actividades y Práctica

Contar siglos

Muchos adultos están confundidos por qué, por ejemplo, la década de 1900 es el "siglo veinte". Pida a los estudiantes que rellenen la tabla y luego pregúnteles en qué se fijan. Pídales que expresen con sus propias palabras por qué el patrón funciona de la manera en que lo hace. (Si nadie lo señala, llame su atención sobre el hecho de que el primer siglo comienza con 0, no con 100.)

Números de cumpleaños

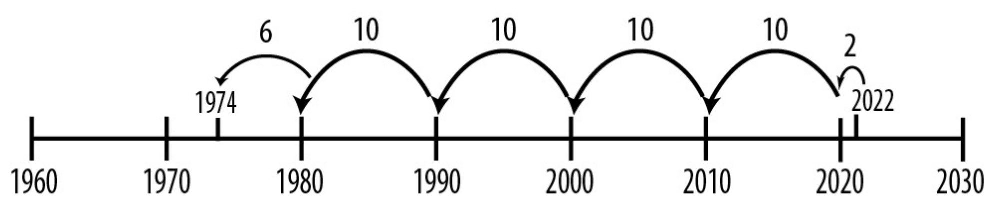
Comience con el siguiente escenario para introducir el primer problema en la *Actividad 1: Números de cumpleaños*

Diga: Una amiga mía acaba de celebrar su 48.º cumpleaños. Intentaba averiguar en mi cabeza cuándo había nacido. ¿En qué año nació mi amigo? ¿Cómo lo sabes?

Invite a los estudiantes a compartir sus estrategias para resolver el problema. Alguien puede tener 48 años y saber la respuesta inmediatamente. Sin embargo, intente sacar a relucir los cálculos mentales que utilizaron los estudiantes.

¡Nota!
Los siguientes ejemplos están escritos para el año 2022. Ajuste la lección al año actual y siga el mismo método.

Empezando por el primer voluntario, escriba en la pizarra los pasos mentales que ha utilizado para determinar el año de nacimiento de la persona de 48 años. Utilice la recta numérica para demostrar los pasos, explicando al estudiante el proceso mientras escribe. Por ejemplo:



Diga: Empezaste en este año (2022 o el año actual, 20XX). Retrocediste 2 años (o X años) hasta el año 2020, un número redondo. Luego retrocediste 40 años hasta 1980, y después retrocediste 6 años más hasta 1974. Sumando 2 y 40 y 6, obtienes 48 años.

¿Alguien solucionó el problema de otra manera?

Escucha los ejemplos, siguiendo el razonamiento de los estudiantes en la recta numérica. Si no hay ejemplos de estudiantes, ofrezca uno propio.

Una vez que registre los saltos de la recta numérica y los pasos escritos para unas cuantas estrategias en la línea de tiempo, comience a describir los pasos, utilizando la notación matemática. Por ejemplo, para el ejemplo anterior, podría escribir y hablar del problema de la siguiente manera:

$2022 – 2 = 2020$

$2020 – 40 = 1980$

$1980 – 6 = 1974$

$2022 – 2 – 40 – 6 = 1974$

Pida a los estudiantes que escriban tanto los saltos de la recta numérica como una ecuación en sus libros mientras completan los problemas de la página. Dedique tiempo a que los estudiantes compartan las estrategias de la recta numérica y las ecuaciones de cada problema.

Nombre los métodos que vea que los estudiantes utilizan: contar hacia atrás de 10 en 10, o múltiplos de 10; sumar de 1 en 1 y de 10 en 10; o encontrar una fecha de referencia, como el año 2000, y trabajar a partir de ahí. Resuma brevemente:

> *Todas estas estrategias nos ayudan a encontrar la diferencia entre dos fechas y lo lejos que están las diferentes fechas de nacimiento del año actual, 2022 (o 20XX).*

Las ecuaciones muestran -por escrito- cómo sumamos y restamos mentalmente. Aunque nos cueste más pasos calcular en nuestra cabeza que con papel y lápiz, ¿cuáles son algunas de las ventajas de calcular mentalmente?

Cronología de la historia de Estados Unidos

Antes de lanzarse a la actividad *¿Hace cuánto tiempo?*, Dé a los estudiantes la oportunidad de hacer una lluvia de ideas sobre los acontecimientos de la historia de Estados Unidos que consideran importantes y por qué. Si tiene estudiantes de otros países, podría invitarles a compartir acontecimientos de la historia de sus países o de la historia mundial, aunque es útil mantener los ejemplos en los últimos 200 años.

Pregunte: *¿Cómo decidimos qué hace que un acontecimiento sea "importante" o "histórico"? ¿Quién decide?*

¿Hace cuánto tiempo?

Eche un vistazo al primer acontecimiento juntos.

Pregunte: *La Guerra Civil estadounidense comenzó en 1861. ¿Hace cuánto tiempo fue eso?*

Anime a los estudiantes a utilizar cualquier estrategia que tenga sentido para ellos y recuérdeles que la recta numérica puede ayudarles a visualizar la diferencia entre las dos fechas (antes y ahora).

Aclare el término "diferencia", luego pida a los estudiantes que respondan a las preguntas y, mientras trabajan y comparten, fíjese en quiénes trabajan cómodamente con los 10 y los 1. Pregunte siempre:

> *¿Cómo encontraría la respuesta en su cabeza sin usar lápiz y papel?*
>
> *¿Cuál es otra forma de resolver el problema?*

Observe cómo los estudiantes determinan los números que faltan. ¿Cuentan los espacios con precisión? ¿Ven los patrones de los incrementos? Observe cómo utilizan la recta numérica. ¿Marcan los 10 y los 1 con precisión? ¿Utilizan múltiplos de 10? Cuanto más dominio adquieran los estudiantes, más probable será que sean capaces de trabajar con incrementos mayores de números, prefiriendo bajar de 50 en lugar de 10, por ejemplo. Fomente esta capacidad y conéctela con los cinco saltos de 10 en la recta numérica cuando comparta las estrategias con la clase. Si nadie divide el tiempo en intervalos más grandes, pregúnteles cómo podrían hacerlo.

Pida a los estudiantes que compartan sus métodos y ayúdeles, si es necesario, a traducir sus métodos en ecuaciones matemáticas.

Nota: *Este es un buen lugar para introducir el uso de la multiplicación para la suma repetida (¿cuántas decenas has contado?) y el uso de paréntesis como notación de multiplicación.*

Elija algunos ejemplos y pregunte:

> *¿Cómo supiste cuáles eran los números que faltaban aquí?*
>
> *¿Qué otros números has puesto en la recta numérica? ¿Cómo decidiste dónde colocarlos?*

Compare los métodos utilizados por los estudiantes. A continuación, concéntrese en sus soluciones, preguntando:

> *¿Hiciste el problema primero en tu cabeza o en la recta numérica?*
>
> *¿Te ayudó contar con decenas (o múltiplos de 10)? ¿Cómo así?*

A continuación, concéntrese en sus soluciones, preguntando:

> *¿Cómo sabes cuántos años hace que ocurrió este acontecimiento? ¿Cómo sabes que el acontecimiento ocurrió hace más o menos de 100 años?*

Si los estudiantes restan de alguna otra forma (algoritmo tradicional, por ejemplo), asegúrate de que también muestran lo que han hecho en la recta numérica.

Como las parejas de estudiantes solo elegirán dos o tres acontecimientos, puedes asignarles el resto como tarea para practicar.

Inspección matemática: Conviértela en verdadera

Esta inspección matemática amplía el trabajo con el signo de igualdad al incluir el signo de sustracción junto con el signo de igualdad y el signo de suma. A medida que exploren la relación entre los números, los estudiantes deberían empezar a darse cuenta de que la suma y la resta están relacionadas; de hecho, son inversas la una de la otra. Dos de las ecuaciones finales ilustrarán la idea de la inversa de la suma (**40 + 20 – 40 = 20** y **40 = 20 + 40 – 20**). Esta inspección trata de la propiedad reflexiva de la igualdad (cualquier cosa es igual a sí misma):

$a + b = a + b$ o $a - b = a - b$

Esta idea aparece en el álgebra: En la ecuación $a + b - a = b$, a la izquierda del signo de igualdad, al sumar a y luego restar a se obtiene 0, por lo que queda b en ambos lados de la ecuación. Lo mismo ocurre si la acción ocurre al otro lado del signo de igualdad: $a = b + a - b$. En el lado derecho del signo de igual, la suma y luego la resta de b da como resultado 0, por lo que queda a en ambos lados de la ecuación.

Pida a los estudiantes que trabajen individualmente para determinar la solución de cada problema. A continuación, pídales que compartan cómo han determinado dónde colocar los signos de suma y resta.

Dé a los estudiantes tiempo para decidir si esto funcionará otro par de números y pida ejemplos.

Inspección matemática: Comprueba los dos lados del signo de igualdad

Esta inspección amplía el trabajo con el signo de igualdad y pide a los estudiantes que se den cuenta de los patrones que se producen con la resta. Este es un caso en el que notar patrones y generalizar a partir de ellos puede conducir a importantes conocimientos sobre las operaciones y el concepto matemático de igualdad.

En las ecuaciones que los estudiantes deben considerar (por ejemplo, 9 - 6 =10 - 7), se les pide que observen la relación entre los números de la izquierda y la derecha del signo de igualdad. Para mantener la igualdad, cada número aumenta en uno. La relación entre los números permanece estable y, por tanto, la respuesta no cambia. Esto es diferente de lo que vemos con la adición (por ejemplo, 5 + 2 = 6 + 1). En la suma, si un número de un lado del signo de igualdad aumenta, el otro de ese mismo lado tiene que disminuir para que la suma siga siendo la misma. Los estudiantes pueden sentirse confundidos o sorprendidos por este contraste al principio. Utilice las rectas numéricas para ilustrar lo que ocurre en determinadas ecuaciones. A los estudiantes les puede resultar útil que usted y ellos marquen los pasos de un pasillo o del otro lado del aula para que puedan representar ejemplos de ecuaciones con números inferiores a 20. De este modo, disponen de un medio cinestésico para experimentar lo que cambia y lo que permanece igual.

Mientras se prepara, puede observar que en el problema de resta de la derecha (10 - 7), los números son cada uno 1 más que en el problema de resta de la izquierda (9 - 6), pero la diferencia sigue siendo la misma (3). En la segunda ecuación, cada número es tres más. En la tercera, cada número es 25 más. La diferencia sigue siendo la misma que la de los números originales. Otra observación podría ser que, en cada caso, la expresión del lado derecho de la ecuación es más fácil de simplificar ya que está restando un múltiplo de 10 y que el lado derecho se puede crear a partir del izquierdo añadiendo el mismo número a cada valor (por ejemplo, añadiendo un 1 al 9 y al 6 se obtiene 10 - 7). En otras palabras, se trata de una buena estrategia para hacer más amigables los números con el fin de hacer cálculos matemáticos mentales o para eliminar la necesidad de pedir prestado.

En términos matemáticos, esta es la propiedad de identidad cero en funcionamiento. Por ejemplo, 48 - 13 = (48 + 2) - (13 + 2), que puede reescribirse como 48 + 2 - 13 - 2, y + 2 y - 2 son iguales a 0.

Empiece pidiendo a los estudiantes que articulen otra vez lo que significa el signo de igualdad (que el valor de la izquierda es equivalente al de la derecha). Pídales que verifiquen si esto es verdadero para cada una de las tres ecuaciones.

Primero llame su atención sobre **9 – 6**. A continuación, llame su atención sobre **10 – 7**.

Pregunte: *¿Son estas cantidades iguales?* (Sí)

Entonces pregunte: *¿Cómo lo sabe?*

Los estudiantes podrían tener respuestas variadas (por ejemplo, porque conozco mis datos, ambos son 3). Registre las respuestas en la pizarra para que todos las vean. Si nadie dice que cada cantidad aumenta en 1, pregunte:

¿Cómo cambian las cantidades de la izquierda en comparación con las de la derecha?

Concéntrese en la idea de que "10 es 1 más que 9 y 7 es uno más que 6, pero sigue habiendo la misma diferencia".

Pida a las parejas que trabajen juntas en las tres ecuaciones, utilizando esta idea. Mientras circula, puede pedir a los estudiantes que piensen en cómo mostrar (con fichas, centavos, en una recta numérica) por qué esto funciona con la resta. Reúna a la clase para compartir lo que han notado.

Si tiene acceso a Internet, una buena forma de proporcionar un elemento visual para ayudar a los estudiantes a entender estos problemas es utilizar una recta numérica interactiva, como la de MathLearningCenter.org: https://apps.mathlearningcenter.org/number-line/

Primero, muestre la diferencia (distancia) entre los números de la izquierda. A continuación, muestre la diferencia (distancia) entre los números de la derecha. Deben ver cómo a medida que los dos puntos extremos se desplazan juntos, la distancia entre ellos permanece igual.

Más práctica

- **Práctica de las matemáticas mentales: Contar hacia arriba y hacia abajo por decenas:** Practicar con intervalos de diez
- **Práctica de las matemáticas mentales: ¿Por qué número conté?** Utiliza secuencias para practicar intervalos iguales

Práctica para el examen

c) $325 (vea si los estudiantes pueden explicar cómo ven esto en la recta numérica)

Vocabulario y cosas para tener en cuenta

Vocabulario

siglo, década, milenio, diferencia

Hablar del tiempo

Hablamos de los años de forma diferente a otros números. Repase algunas de estas normas para asegurarse de que los estudiantes están familiarizados con ellas (especialmente en el caso de los estudiantes de inglés como segunda lengua).

- Leemos el tiempo por centenas, en lugar de por millares (mil novecientos treinta y nueve en lugar de mil novecientos treinta y nueve)
- Los años en miles no tienen comas para el valor del lugar. (1939; no 1,939)
- Utilizamos una "s" para hablar de un rango de tiempo (los años 1900, los años 50).

Contar siglos

Muchas personas confunden las razones por las cuales los 1900 se consideran parte del siglo 20, los 2000 del siglo 21 y así sucesivamente. La razón es matemática. Los dígitos iniciales cuentan los siglos completados. Por ejemplo, 1900 significa que se han completado 19 siglos y el siglo 20 está en curso. La tabla al principio de la unidad puede ayudar a los estudiantes a ver que el primer siglo no tenía un 1 en el lugar de las centenas.

Notas del maestro para las rutinas

¿Cuál no pertenece? 7

Algunas respuestas posibles:

- 10 – 16 no pertenece porque es el único con una respuesta negativa (y el único con una diferencia que no es positiva 6)
- 15 –9 no pertenece porque es el único con dos números impares.
- 16 – 10 no pertenece porque es el único con dos números de dos cifras.

Los estudiantes pueden observar que tres de las expresiones tienen un valor de 6, aunque los números sean diferentes.

Sustracción para obtener la menor diferencia

En esta actividad de Open Middle, los estudiantes exploran cómo el tamaño del minuendo y del sustraendo afectan a la diferencia. Esta configuración, en particular, anima a los estudiantes a ver la diferencia como la distancia entre los dos números, que podría visualizarse en una recta numérica.

Se podría modificar empezando sin la restricción de los dígitos. Los estudiantes también podrían resolver de nuevo la mayor diferencia.

La diferencia más pequeña: La diferencia más pequeña en este caso es de 2. Dado que los dígitos no pueden repetirse, no podemos tener el mismo número para el sustraendo y el minuendo, por lo que no podemos tener una diferencia de 0 (45 - 45 = 0) También tenemos dos números con el mismo lugar en las decenas que tienen una diferencia de 1. Tampoco podemos utilizar el 0, por lo que no podemos tener una diferencia de 1 cuando uno de los números es un múltiplo de diez (40 - 39 = 1). Así que lo mejor que podemos hacer es una diferencia de 2 (por ejemplo, 41 - 39 = 2). Hay varias respuestas que darán una diferencia de 2.

La diferencia más grande: La mayor diferencia vendrá de hacer que los números estén lo más separados posible. Necesitamos que el primer número (el minuendo) sea lo más grande posible, y que el segundo número (el sustraendo) sea lo más pequeño posible). La mayor diferencia proviene de

98 – 12 = 86.

Acertijos de la recta numérica 7

A: $100.02, intervalos de $0.02

B: $19.50, intervalos de $0.50

C: 2,000, 2,200, 3,000 intervalos de 200

Quiz de Sentido numérico (Unidades 6 y 7)

1) 6,450, archivador c

2) 36 años, los métodos y las ecuaciones variarán

Unidad 8: Profundizar en la sustracción

Objetivos de aprendizaje	CCRSAE
Puedo reconocer los problemas de resta que implican una cantidad que falta, una comparación o una sustracción.	2.OA.1
Puedo explicar por qué funciona la estrategia de reagrupación.	2.NBT.9
Puedo dar una razón por la que una opción no pertenece al grupo.	MP.3
Puedo continuar trabajando en un problema complejo, aunque no lo entienda de inmediato.	MP.1
Puedo completar los números que faltan en una recta numérica.	2.MD.6, también con intervalos de longitudes superiores a 1

NOTA: *Los materiales de EMPower que se presentan en la Unidad 8 pueden encontrarse en la Lección 5 (Significados y métodos para la sustracción) de los libros de Everyday Number Sense: Mental Math and Visual Models* (Sentido numérico cotidiano: Matemáticas mentales y modelos visuales).

Antecedentes matemáticos

Esta unidad amplía el concepto de sustracción para incluir situaciones de "cantidad que falta", como el escenario ofrecido en *Formas de pensar en la resta:*

> *Myrna tenía 80 dólares cuando entró en la tienda. Salió con 30 dólares.*
>
> *¿Cuánto gastó?*

Este tipo de problemas suelen ser un poco más desafiantes para los estudiantes, porque tienen una estructura subyacente diferente. El problema anterior podría representarse algebraicamente mediante

$\$80 – a = \$30$

Para ver cómo se puede resolver el problema anterior utilizando \$80 - \$30 se requiere una comprensión más profunda de la suma y la resta. Si pensamos en términos de un todo y sus partes, \$80 es el todo y se ha dividido en dos partes: \$30 y la cantidad desconocida a (\$80 = \$30 + *a*). Restando cualquiera de las partes obtendremos la otra. Los estudiantes podrían necesitar orientación para ver esta conexión.

La notación ampliada utilizada en la exploración de los algoritmos tradicionales de adición y sustracción se basa en la comprensión del valor posicional. En la explicación del "préstamo" (en las aulas contemporáneas, a menudo llamado "reagrupación") se utiliza la propiedad asociativa de la suma. La propiedad asociativa dice que podemos reagrupar los sumandos (a menudo anotados con paréntesis) sin cambiar la suma.

Por ejemplo,

$$(50 + 10) + 2 = 50 + (10 + 2)$$

En efecto, se trata de cambiar el orden en el que sumamos los números, pero sin cambiar el orden en el que aparecen (lo que implicaría la propiedad conmutativa de la suma, explorada en unidades anteriores). Aunque la suma final no cambia, al cambiar el orden o la agrupación de los sumandos, sí cambian las sumas parciales

$$(50 + 10) + 2 = 50 + (10 + 2)$$

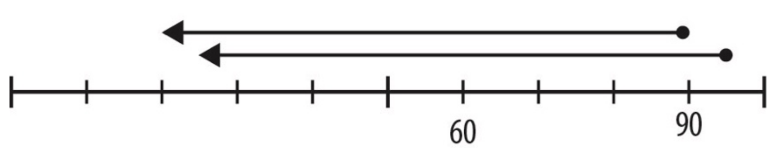
$$60 + 2 = 50 + 12$$

que es lo que permite que funcione el algoritmo de sustracción por préstamo/reagrupación: conseguimos que el valor extra se "traslade" al valor posicional donde lo necesitamos para restar.

Los métodos de tomar prestado de la resta no siempre son los más fáciles de realizar mentalmente, ya que a menudo requieren mantener un gran número de dígitos y pasos en la memoria de trabajo. Esta lección también proporciona más práctica con la estrategia de sumar la misma cantidad al sustraendo y al minuendo (Ver *Comprueba los dos lados del signo de igualdad—Resta*). Este concepto se exploró por primera vez en la Unidad 7, en *Inspección matemática, Comprueba los dos lados del signo de igualdad*). De este modo, las cantidades que se restan pueden cambiarse realmente (normalmente, a números más amigables) mientras que la diferencia entre ellas permanece igual.

Esto puede ejemplificarse en una recta numérica: si la diferencia entre los números es la misma que la distancia entre ellos en una recta numérica, imagine que esa distancia establecida se desliza hacia la derecha. Ambos números aumentarían, pero la distancia entre ellos se mantendría constante. También se podría demostrar lo contrario: al deslizar la distancia hacia la izquierda en la recta numérica disminuirían el sustraendo y el minuendo, mientras que la diferencia se mantendría constante.

$$95 - 65 = 90 - 60$$



Como vimos en la unidad anterior, las rectas numéricas virtuales de MathLearningcenter.org pueden se utilizan para demostrar esto a la clase: https://apps.mathlearningcenter.org/number-line/

Relevancia

Esta unidad presenta una fórmula de sustracción muy sencilla para calcular el beneficio. Los estudiantes aprenden el vocabulario y los conceptos de ingresos, costos y beneficios, practican con algunos ejemplos y leen una breve entrevista con dos estudiantes de educación para adultos que iniciaron su propio negocio de limpieza.

La página de ejemplo, *Cómo va el negocio*, da diferentes partes de la ecuación de beneficios (en algunas tienen que resolver el beneficio, en otras el costo y en otras los ingresos). Pida a los estudiantes que compartan sus métodos de resolución y haga hincapié en las relaciones entre las distintas cantidades, así como en la relación entre la suma y la resta.

Actividades y Práctica

Ingresos - Costos = Ganancias (beneficios)

Presente a los estudiantes el vocabulario de los ingresos, los costos y los beneficios, y vea si pueden dar algunos ejemplos de cada uno. Asegúrese de explorar varios ejemplos para ilustrar la diferencia entre ingresos y beneficios. Pida también a los estudiantes que hagan una lluvia de ideas sobre los tipos de costes que pueden estar asociados a diferentes negocios o transacciones.

¿Cómo va el negocio?

Recuerde a los estudiantes la fórmula de sustracción que aprendieron para hallar las ganancias (o la pérdida) de un negocio. Pídales que calculen la cantidad que falta para cada uno. (Nota: La tienda de pintura de Mel es un ejemplo de pérdida.) Pida a los estudiantes que expliquen cómo han encontrado cada cantidad. Subraye la conexión entre la suma y la resta y cómo relacionan las tres cantidades. (Por ejemplo, si conocen el beneficio y el costo, tienen que sumar para hallar los ingresos).

Este tipo de problemas puede ser un calentamiento útil para varias clases.

Abrir un negocio de limpieza

Pida a los estudiantes que lean el artículo y discutan las preguntas, en pequeños grupos si procede.

Formas de pensar en la resta y La resta puede significar…

Empiece explicando que restar puede significar algo más que quitar.

Diga: *Si entiendes los diferentes significados de la resta, te resultará más fácil averiguar cuándo una situación requiere una resta.*

Preste atención a si los estudiantes se centran en el aspecto de la resta de cada historia. (¿Busca una parte que falta, la diferencia entre dos cosas, o quita una cantidad?)

Reúna a todos y discuta cada problema, formulando las siguientes preguntas para llegar a las definiciones de los estudiantes sobre los tipos de situaciones de sustracción:

¿Es esta una situación que implica una sustracción?

¿Qué es lo que te pide este problema? (la parte que falta para el primer problema, la diferencia o comparación para el segundo, y cuánto falta (quitar) para el tercero)

¿Qué estrategias usaste para averiguar la respuesta?

Modelos visuales de la sustracción

Para cada ejemplo, dé a los estudiantes la oportunidad de dibujar cómo verían el problema en una recta numérica. A continuación, compartan sus dibujos y discutan.

Como los tres ejemplos implican dinero, también hay un modelo visual que utiliza dinero para cada uno de los problemas. Pregunte a los estudiantes:

> *¿Qué hay de diferente en cada problema? ¿Qué hay que es igual?*

Escribe tus propios problemas

Comience haciendo que el estudiante escriba un problema de sustracción, sin especificar un tipo concreto. Comparta los problemas con la clase (si es a distancia, puede escribirlos en un documento). A continuación, haga que los estudiantes lean y consideren los problemas y decidan de qué tipo son. Después de que la clase se ponga de acuerdo en que un problema es de un tipo determinado (suponiendo que estén en lo cierto), el autor del problema debe escribir su problema en la unidad correspondiente de su paquete. Repita esto en una clase posterior. Los estudiantes deben intentar escribir los tipos que aún no tienen. A muchos estudiantes les cuesta crear problemas de cantidades perdidas, incluso si pueden identificarlos; es posible que tenga que modelarlos varias veces.

¿Cómo lo ves tú?

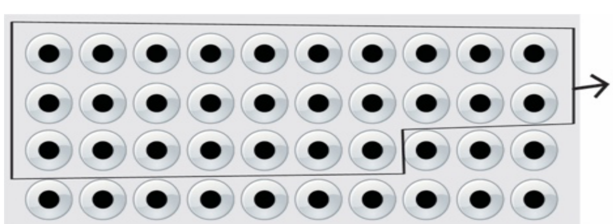
Comience por mostrar **40 – 27 = ____**

Pregunte: *Si alguien te preguntara qué puede significar este problema de resta, ¿cómo lo mostrarías visualmente (por ejemplo con un dibujo o un diagrama)? ¿Y cómo conectarías eso con una situación del mundo real?*

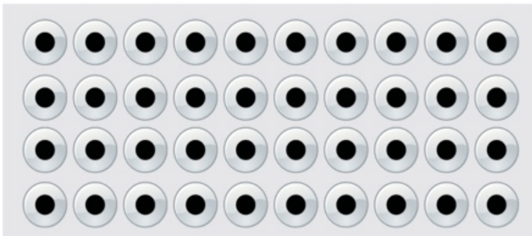
Dé a los estudiantes la oportunidad de trabajar y pídales que compartan sus ejemplos.

Chequee si hay:

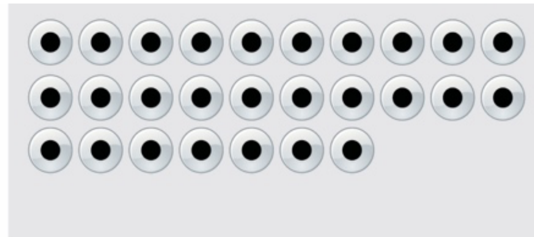
- Interpretaciones de quitar, en las que alguien empieza con una cantidad, quita alguna parte de ella y *la respuesta es lo que queda, o se deja*. Por ejemplo: "Tenía 40 bulbos de tulipán y le regalé 27 a mi amigo. ¿Cuántos tengo ahora?"



- Interpretaciones de comparación, a partir de dos importes, donde la *respuesta dice cuánto más (o menos) es uno que el otro, o la diferencia* entre ellos. Por ejemplo: "Tengo 40 bulbos de tulipán. Mi hermana tiene 27. ¿Cuántos más tengo yo que ella?"



Los míos



Los de mi hermana

- Interpretaciones de partes que faltan, en las que se empieza con una cantidad (el total), se queda con una cantidad parcial conocida y se intenta encontrar la otra parte. Por ejemplo: "Esta semana quiero trabajar 40 horas completas. Sé que aún me quedan 27 horas por delante. ¿Cuántas horas he trabajado ya?" El intercambio de parte-parte-todo de la adición y la sustracción es la acción. Por ejemplo, 40 - ? = 27 puede pensarse como 27 + ? = 40.

40 horas en total	
? horas ya hechas	27 horas por trabajar

Invite a un voluntario a presentar una interpretación y etiquétela explícitamente como un modelo para llevar, una parte perdida o una comparación.

Pregunte: *¿Quién ha interpretado también la sustracción de esta manera, como un modelo de toma, de parte o de comparación?*

¿Cuál fue su historia y su imagen?

¿Alguien lo ha visto de forma diferente?

Asegúrese de que se abordan los tres modelos, con imágenes y situaciones de la vida real.

Proporcione ejemplos si los voluntarios no aportan los tres tipos.

Compruebe los dos lados del signo de igualdad

Al desarrollar los ejercicios de *Comprueba los dos lados del signo de igualdad—Suma,* y *Comprueba los dos lados del signo de igualdad—Resta*, están trabajando con **expresiones equivalentes**. Si esas palabras no surgen al explicar lo que notan en las expresiones dadas, sáquelas usted mismo. Puede definir expresiones equivalentes como números y operaciones que describen el mismo valor. Por ejemplo, **5 + 3 = 6 + 2** son expresiones equivalentes; ambas son iguales a 8.

Esta actividad retoma la idea de mover el valor entre los sumandos. Esto constituye la base de la explicación de la estrategia de préstamo/reagrupación, cuando el valor se traslada o reagrupa de un valor posicional a otro.

La estrategia de reagrupación

Muchos estudiantes habrán aprendido la estrategia de reagrupación o "préstamo" para la resta cuando eran más jóvenes. Incluso si pueden articular los pasos, muchos estudiantes no tienen una comprensión firme de por qué o cómo funciona la estrategia. Esta explicación se basa en el concepto de desplazamiento del valor entre los sumandos, con el que los estudiantes jugaron en *Sentido numérico, 1.ª parte*, y en la actividad anterior *Comprueba ambos lados del signo de igualdad—Suma*. Los pasos muestran cómo la estrategia de reagrupación implica mover el valor entre diferentes valores de posición. Así se mantiene el énfasis en el valor de los valores posicionales y en el valor de la cantidad que se ha reagrupado.

Comprueba los dos lados del signo de igualdad: Sustracción

Para reforzar la importancia de prestar atención a ambos lados del signo de igualdad, y explorar ideas matemáticas, como $a - b = (a + c) - (b + c)$. Repase los conceptos explorados en *Unidad 7, Inspección matemática: Comprueba ambos lados de la ecuación,* y la estrategia de sumar la misma cantidad tanto al minuendo como al sustraendo para encontrar números más amigables para restar.

Práctica para el examen

1) b

2) d

3) d

4) b

5) c

6) ~~$28,995~~ Ahora es $26.495 aquí puede ahorrar cerca de $2,500

Nota: *Es posible que los estudiantes necesiten una explicación de cómo se pueden utilizar los paréntesis para agrupar, ya que esto aparece en las respuestas de los números 3 y 4.*

Vocabulario y cosas para tener en cuenta

Vocabulario

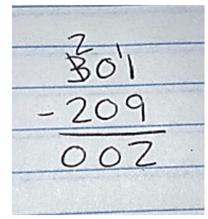
ingresos, costo, ganancia, diferencia, quitar, cantidad que falta, comparación, reagrupación

Cantidades quitadas vs. Cantidades faltantes

Las situaciones en las que se quita una cantidad y en las que hay una cantidad que falta implican una cantidad inicial y un cambio. Dado que muchos estudiantes están más familiarizados con pensar en la resta como "quitar", puede ser difícil para ellos reconocer que la cantidad "quitada" es en realidad la diferencia en una situación de cantidad faltante. Muchos estudiantes también resuelven la cantidad que falta utilizando la suma (adicionado) y pueden no ver la conexión con la resta. Profundizar en algunos escenarios sencillos puede ayudar a los estudiantes a entender la diferencia. Considere también la posibilidad de añadir elementos visuales, como una recta numérica.

Perder la pista del valor posicional

La forma tradicional en que se enseñaba a los estudiantes a realizar la estrategia de "tomar prestado" les animaba a narrar los dígitos (tachar el tres y hacer un dos, poner un 1 aquí y hacer un doce), en lugar de los valores posicionales (hacer tres dieces (treinta) dos dieces (veinte), y poner el diez con el dos para hacer doce). Es fácil que los estudiantes pierdan la noción del valor de las cantidades que están desplazando, lo que puede conducir a errores comunes, como el de la derecha:



Notas del maestro para las rutinas

¿Cuál no pertenece? 8

Esta actividad de *¿Cuál no pertenece?* consiste en cuatro expresiones de adición que tienen todas el mismo total. Esto les da la oportunidad de comparar cómo se distribuye el valor entre los diferentes sumandos, a menudo por el valor posicional. (El mismo concepto explorado en *Comprueba ambos lados: Estrategia de sumar y reagrupar*.) Es posible que los estudiantes no utilicen correctamente todo el vocabulario matemático. Permita que describan lo que notan con sus propias palabras y proporcione apoyo de vocabulario cuando sea apropiado.

Algunas respuestas posibles:

- 1,000 + 300 + 40 + 5 es la única expresión en la que cada sumando es un valor posicional diferente.
- 1,300 + 45 es la única que tiene dos sumandos, separados por el valor posicional.
- 1,000 + 200 + 140 + 5 supone el desplazamiento de 100 del lugar de las centenas al lugar de las decenas.
- 1,000 + 300 + 30 + 15 supone que la decena se desplaza del lugar de las decenas al de las unidades.

Open Middle: Sustracción con reagrupación

Con la restricción del cero, la única manera de obtener el 9 en el lugar del uno del resultado es crear un problema de sustracción que implique tomar prestado/reagrupar. Como la diferencia es 9, el dígito de las unidades del minuendo será uno menos que el dígito de las unidades del sustraendo.

Anime a los estudiantes a pensar en cómo puede utilizarse la suma para ayudarles a generar o comprobar sus soluciones.

Algunas respuestas posibles:

52–13, 53–14, 56–17, 63–24, 64–25, 67–28, 68–29, 71–32, 74–35, 75–36, 78–39, 81–42, 82–43, 85–46, 86–47, 87–48, 91–52, 92–53, 93–54, 96–57, 97–58, 98–59

Acertijos de la recta numérica 8:

A: 170, 180, 190, intervalos de 10

B: 325, 475, intervalos de 75

C: 1,200, 1240, 1,250, intervalos de 10

Unidad 9: Nuestro sistema de numeración decimal

Objetivos de aprendizaje	CCRSAE
Puedo descomponer un número en unidades, décimas, centenas y millares de diversas maneras.	2.NBT.1–3, 4.NBT.1, 5.NBT.1–2
Puedo sumar o restar fácilmente decenas, centenas o millares sin necesidad de una calculadora.	2.NBT.7–8
Puedo utilizar paréntesis para representar la multiplicación.	5.OA.1 (paréntesis como mult. solo)
Puedo dar una razón por la que una opción no pertenece al grupo.	MP.3
Puedo continuar trabajando en un problema complejo, aunque no lo entienda de inmediato.	MP.1
Puedo completar los números que faltan en una recta numérica.	2.MD.6, también con intervalos de longitudes superiores a 1

***NOTA:** Los materiales de EMPower que aparecen en la Unidad 9 pueden encontrarse en la Lección 8 (Obtenga sus ganancias) de los libros de Everyday Number Sense: Mental Math and Visual Models* (Sentido numérico cotidiano: Matemáticas mentales y modelos visuales).

Antecedentes matemáticos

La familiaridad de los estudiantes con las denominaciones del dinero proporciona una base para desarrollar una conciencia más profunda de la composición de los números en el sistema de numeración decimal. Esta familiaridad también es la base para una comprensión intuitiva de la notación ampliada de un número, el valor posicional y la facilidad para el cálculo mental. Esta unidad desarrolla tres importantes ideas matemáticas.

Notar patrones en la composición de los números de numeración decimal proporciona una base para cálculos matemáticos mentales más potentes

La actividad de la lotería requiere que los estudiantes vayan más allá de la identificación del valor posicional de las cifras de un número de cuatro dígitos. Aunque es importante ser capaz de anotar el valor posicional de cada dígito (el tratamiento habitual del valor posicional en los libros de matemáticas básicas), este ejercicio está diseñado para ir un paso más allá. Al calcular cuántos billetes de $1,000, $100 y $10 pueden obtener de una determinada cantidad de dinero, los estudiantes no solo atienden al valor posicional, sino que al mismo tiempo desarrollan conexiones entre decenas, centenas y millares. Saber que hay 10 centenas en 1,000, 100 decenas en 1,000 y 10 decenas en 100 es importante y proporciona una base para el trabajo posterior, como multiplicar y dividir mentalmente por decenas, centenas, millares y sus múltiplos.

Un repertorio de normas de notación ofrece múltiples formas de registrar y representar experiencias concretas

Es importante conocer expresiones equivalentes para una cantidad y conectar esas expresiones con representaciones concretas. El dinero de mentira o los manipuladores virtuales pueden ser útiles en este caso. Los paréntesis se introducen en esta lección como una forma de agrupar y separar cantidades.

La lección también trata la notación ampliada de forma más amplia que la mera escritura de un número para mostrar el valor de cada lugar, por ejemplo, 679 = 6(100) + 7(10) + 9(1). Aunque los estudiantes pueden estar familiarizados con lo que tradicionalmente se entiende por notación expandida, se les pide que piensen en expansiones alternativas y equivalentes del número, como 67(10) + 9(1).

Se puede utilizar la calculadora junto con los cálculos mentales

Esta lección se centra en la calculadora como forma de comprobar los cálculos mentales razonables. La disonancia causada por las respuestas que varían cuando se utiliza tanto una calculadora como la matemática mental presenta una oportunidad para introducir ejemplos concretos como árbitro.

Relevancia

Esta unidad incluye información sobre las raíces no occidentales del sistema numérico de base diez, así como algunos ejemplos de sistemas numéricos que no utilizan la base diez. La discusión del sistema numérico maya de base 20 podría ir acompañada de otros ejemplos de sus avanzados logros en matemáticas y ciencias.

Nota: *Al hablar del pueblo y la cultura maya, es importante transmitir que el pueblo y la cultura siguen existiendo. Aunque el imperio político maya se derrumbó alrededor del año 900 d.C., su pueblo, su cultura y sus lenguas siguen vivos y son influyentes en muchas partes de América Central. Además, aunque "maya" se utiliza a menudo como adjetivo, maya es la forma correcta y preferida tanto para el sustantivo como para el adjetivo.*

Esta unidad también utiliza el contexto del cobro de cheques para hablar de cómo se construyen los números con potencias de diez. Hay una lectura de alfabetización financiera y una breve actividad sobre las comisiones asociadas al cobro de cheques en un servicio de cambio de cheques frente a un banco tradicional.

Actividades y Práctica

Nuestro sistema de numeración decimal (base diez)

Lea el texto. Asegúrese de que los estudiantes entienden la idea de "base diez" refiriéndose a nuestro uso de grupos de decenas para hacer nuevos valores de posición.

Otros sistemas numéricos

Esto introduce ejemplos de un sistema de base veinte (desarrollado por los antiguos mayas, entre otros) y un sistema de base dos (binario, utilizado en las computadoras). No se trata de que los estudiantes sean capaces de utilizar la base veinte o la base dos, sino de presentarles el hecho de que existen otros sistemas. Los ejemplos del final son para mostrar cómo un número en base diez puede parecer muy diferente en otro sistema numérico. Los detalles son menos importantes.

Más matemáticas mayas

Lea la información de la parte superior y pregunte a los estudiantes qué notan y se preguntan sobre los símbolos de los números del 0 al 20. Un par de características interesantes:

- Los "dígitos" mayas solo utilizan tres símbolos, un punto, una línea y una concha. Los números del 0 al 20 se crean repitiendo grupos de 5 y 1 (líneas y puntos), por lo que el símbolo del 16, por ejemplo, es una representación visual de la estructura del número 16 (cada línea vale 5, más el punto, que vale 1).

16

- Los mayas disponían de un símbolo y de una clara comprensión del cero como número y soporte del valor posicional, siglos antes de que se adoptara en Europa. En esta imagen, podemos ver que la concha representa el 0, pero también se convierte en un elemento de valor posicional en el número 20 (el punto representa un grupo de 20, la concha muestra 0 adicionales).

20

Debate inicial

Diga a los estudiantes que hoy trabajarán más con decenas, centenas y millares. Tendrán que pensar en la composición de grandes cantidades de dinero. Como introducción, plantee las siguientes preguntas:

Si tuvieras $1,000 en billetes de $100, ¿cuántos billetes de $100 tendrías?

¿Cómo lo sabes?

Pida a un voluntario que demuestre la solución utilizando dinero de juguete o trozos de papel (si es en persona) marcados en denominaciones apropiadas. En una clase a distancia, el maestro podría hacer una demostración con un manipulador de dinero virtual, como:

"Play Money" de Toy Theater:
https://toytheater.com/play-money-united-states/
Aunque esta página web solo utiliza números en cada "billete", también funciona bien para demostrar cómo se pueden agrupar y desagrupar los valores posicionales:

"Make a Ten" de Phet:
https://phet.colorado.edu/sims/html/make-a-ten/latest/make-a-ten_en.html
A continuación, pida a alguien que describa ese proceso de solución con números y símbolos matemáticos. Los estudiantes podrían escribir:

$100 + $100 + … + $100 = $1,000

o

10 × $100 = $1,000

o

$1,000 ÷ $100 = 10.

Haga explícita la conexión entre la tarea concreta en la demostración del dinero y la notación matemática simbólica. Entonces pregunte:

Si tuvieras $1,000 en billetes de $10, ¿cuántos billetes de $10 tendrías? ¿Cómo lo sabes?

Pida de nuevo una demostración de la solución tanto en papel moneda como simbólicamente. Los estudiantes podrían escribir:

100 × $10 = $1,000

o

$1,000 ÷ $10 = 100.

Pregunte: *Si trabajara en un banco como cajero, ¿cómo podría contar 520 dólares?*
¿Y si no tiene billetes de $100? ¿Hay otras formas de contarlo?

Compruebe si los estudiantes entienden cómo podrían ganar $520 con 52 billetes de diez dólares. Si es necesario, utilice uno de los manipuladores virtuales o de papel para mostrar cómo los grupos de diez billetes de $10 hacen cada cien.

¿Cómo quiere su dinero?

Nota: *Si los estudiantes muestran signos de tener dificultades con la conexión entre las decenas y las centenas en la última parte de la discusión inicial, trabaje con más ejemplos como el de contar $520, utilizando números de las centenas, antes de pasar a los números utilizados en esta actividad.*

Pida a un voluntario que lea el relato en voz alta al principio de *¿Cómo quiere su dinero?* Cuando todos tengan claras las instrucciones, anime a las parejas de estudiantes a hablar entre sí para llegar a un acuerdo sobre la forma en que cada mujer (Andrea, Bibi y Carla) recibirá sus ganancias.

Cuando todos hayan terminado el primer problema, pida voluntarios que expliquen sus soluciones para las tres distribuciones diferentes de $2,643.

Pregunte: *¿Quién quiere contar cómo resolvió este problema?*
¿Quién lo resolvió de forma diferente?
¿Cómo pueden estar seguros de que esa respuesta es correcta?

Escriba todas las aportaciones en la pizarra. Si hay desacuerdo, pida que se verifique con dinero ficticio o con un manipulador virtual.

Las soluciones correctas son las siguientes:

Andrea recibe dos billetes de $1,000 y el resto ($643) en varias denominaciones.

Hay muchas formas de combinar el resto. Podrían ser:

- dos billetes de $1,000, seis billetes de $100, cuatro billetes de $10 y tres billetes de $1, o bien
- dos billetes de $1,000, 64 billetes de $10 y tres billetes de $1, o bien
- dos billetes de $1,000, cinco billetes de $100, 14 billetes de $10 y tres billetes de $1.

Bibi recibe 26 billetes de $100 y el resto ($43) en varias denominaciones.

Carla recibe 264 billetes de $10 y tres de $1 para el resto.

Utilice esta actividad como una oportunidad para reforzar la norma de **paréntesis** en la notación. Establezca la práctica de que a partir de ahora la clase escribirá dos billetes de $1,000 y seis de $100 y cuatro de $10 y tres de $1 como

2($1,000) + 6($100) + 4($10) + 3($1).

Pida a las parejas que continúen con los problemas 2 y 3, pidiendo a los estudiantes que ahora utilicen paréntesis en la notación. En otras palabras, “2($1,000)” será una forma de escribir "dos billetes de $1,000.” Comparta las ofrendas para los problemas 2 y 3 y llegue a un acuerdo sobre las posibles formas en que cada mujer podría recibir su dinero. **Diga:**

Hemos visto varias formas en las que se puede dar una cantidad de dinero; ahora vamos a pensar en una situación diferente.

Presente estas preguntas o compártalas en una transparencia de una en una:

Supongamos que Dora pide su dinero en billetes de $10. El empleado del banco le dio 28($10) + 5($1). ¿Cuál fue su total? ($285)

Supongamos que Emilia recibe 36($100) + 5($10). ¿Cuál fue su total? ($3,650)

Concluya esta actividad insistiendo en algunas generalizaciones sobre la relación entre los millares, las centenas y las decenas.

Pregunte: ¿Qué patrones has observado sobre la composición de un número?

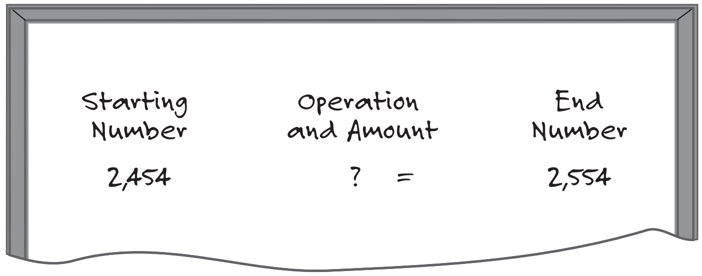
Los estudiantes podrían ofrecer afirmaciones como éstas:

"Tres mil cuatrocientos podría leerse como treinta y cuatro cientos".

“Mil es lo mismo que 10 centenas.”

“Mil es lo mismo que 100 decenas.”

Si nadie menciona que un número como 3,000 es lo mismo que 30 centenas o 300 decenas [3(1,000) = 30(100) = 300(10)], pida a la gente que complete las cantidades que faltan en oraciones numéricas como estas: 3(1,000) = ?(100) = ?(10). A continuación, pregunte de nuevo a los estudiantes qué patrones observan, especialmente con los ceros.



¿Dónde puedo cobrar mi cheque?

Pregunte a los estudiantes si conocen algún servicio de cobro de cheques en la zona. Invítelos a compartir lo que saben sobre ellos y cuál ha sido su experiencia. Pídales también que hagan una lluvia de ideas sobre los bancos tradicionales que existen en la zona y cuál ha sido su experiencia con ellos. Lea el artículo que habla de las ventajas y desventajas de cada uno.

Tasas, tasas, tasas

Explique que los servicios de cambio de cheques cobran una comisión por cobrar un cheque. Aunque la cuota pueda parecer pequeña, puede sumar con el tiempo. Pida a los estudiantes que sigan rellenando el cuadro. Pídales que compartan estrategias para encontrar los totales. Discuta el total de $364 en honorarios que María habrá pagado al final del año.

Posibles preguntas para el debate:

- ¿Le parece razonable esta tarifa para las ventajas de los servicios de cambio de cheques?
- Algunas personas alegan que los cambiadores de cheques se aprovechan de las personas con bajos ingresos, que tienen más probabilidades de necesitar el dinero de su sueldo de inmediato. Otras personas opinan que los cambiadores de cheques prestan un servicio importante. ¿Qué opinan ustedes?

Números secretos

Esta actividad presenta un juego en el que los estudiantes averiguan la cantidad que se ha sumado o restado para cambiar un número por otro en la pantalla de la calculadora. El objetivo es investigar los efectos de sumar y restar **múltiplos de 10, 100 y 1,000**. La actividad debe transcurrir rápidamente, pero ofrecerá otra oportunidad para concentrarse en la deconstrucción de los números. Los estudiantes deberán prestar atención al valor posicional.

Asegúrese de que todos tengan una calculadora. En una clase a distancia, haga que los estudiantes utilicen la función de calculadora de sus teléfonos.

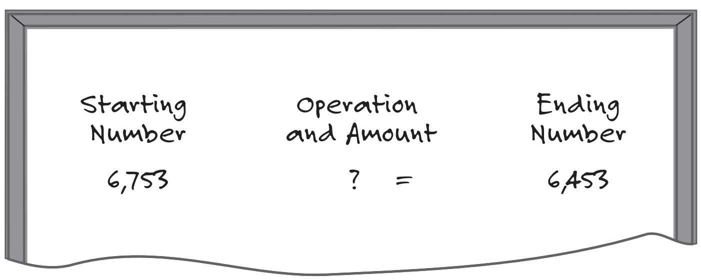
En la pizarra, escriba un número de tres o cuatro cifras como número inicial. Pida a los estudiantes que borren sus pantallas e introduzcan ese número en sus calculadoras. Ahora suma secretamente 100 al número y escribe el resultado como número final. Coloque el tablero así:

Pregunte: *¿Qué podrías hacer con el número inicial para llegar al número final? Hazlo en tu cabeza. ¿Cómo lo sabes?*

Acepte todas las sugerencias y pida a los estudiantes que verifiquen la exactitud, utilizando la calculadora para comprobar la operación con el número de la respuesta propuesta y luego pulsando la tecla "=" para llegar al resultado.

Haga otro problema, esta vez sumando o restando en secreto un múltiplo de 10, 100 o 1,000 a un número inicial para obtener el número final. Los estudiantes llegan primero a la operación y a la cantidad utilizando la matemática mental y luego verifican sus respuestas con calculadoras.

Por ejemplo: Usted escribe "6,753" y los estudiantes introducen en sus calculadoras "6,753". En secreto, reste 300 y anote "6,453" para el número final. Los estudiantes vuelven a utilizar las matemáticas mentales para encontrar la respuesta y las calculadoras para comprobar su exactitud.



A continuación, pida a los estudiantes que sugieran algunos números iniciales. Proceda con cada número como lo hizo con los problemas anteriores y entregue a los estudiantes el número final. Por ejemplo:

7,541 – 40 = 7,501

***Nota:** Esté preparado para que surjan problemas sobre el uso de la calculadora. Por ejemplo, los estudiantes que están acostumbrados a ver una coma que divide los números decimales y los enteros pueden sentirse desconcertados. Algunos estudiantes pueden necesitar que se les recuerde que deben pulsar la tecla de igualdad.*

Instruya a cada persona a completar *Números secretos*.

Cuando todos hayan terminado, compare y verifique las soluciones y resuma preguntando:

¿En qué te fijaste para tomar tus decisiones sobre la operación y la cantidad?

¿Por qué es tan fácil hacer estos problemas en tu cabeza?

Los estudiantes deben fijarse en qué dígito ha cambiado, el valor del dígito en ese lugar y si ha habido un aumento o una disminución. En cada caso, deben ver que sumar o restar un múltiplo de 10, de 100 o de 1,000 hace que las matemáticas sean fáciles de hacer mentalmente.

Cuando revise esta actividad, llame la atención sobre los números "globales", aquellos que cambian en más de una columna al sumar o restar. Pida a los estudiantes que compartan sus estrategias para resolverlas y que ilustren sus comentarios con una recta numérica. Proporcione algunos ejemplos más si estos problemas interesan a los estudiantes (por ejemplo, 526 - 80; 739 + 70).

Más práctica

- **¿Verdadero o falso?:** Practique cómo decidir si las ecuaciones son verdaderas o falsas. Ecuaciones basadas en descomposiciones de valor posicional.
- **Más números secretos:** Similar a la actividad anterior.
- **Práctica de las matemáticas mentales: Doble sentido:** Practique la búsqueda de patrones en el lugar de los unos cuando los números se duplican.

Práctica para el examen

1) a

2) b

3) c

4) e

5) c

6) 300

Vocabulario y cosas para tener en cuenta

Vocabulario

base diez o decimal, valor posicional, duplicación

Dificultad con las formas no estándar de notación expandida

A medida que los estudiantes comienzan a trabajar con diferentes formas de "contar" el dinero, suelen desglosar de forma natural los números según el valor posicional (notación estándar ampliada). Por ejemplo,

$3,843 = 3($1000) + 8($100) + 4($10) + 3($1)

Esto demuestra la comprensión del valor posicional. A continuación, podemos ayudar a los estudiantes a profundizar en su comprensión encontrando otras formas de contar el total, lo que les obliga a pensar en las relaciones entre los diferentes valores posicionales, como por ejemplo entender que $3,800 podrían hacerse con 38($100) o 380($10).

También es posible que los estudiantes mezclen y combinen, con soluciones como, por ejemplo,

2($1000) + 18($100) + 4($10) + 3($1).

En este caso, parte del valor en el lugar de los miles se hace por cientos.

Si los estudiantes tienen dificultades con esto, comience con números de tres dígitos. Utilice elementos visuales como los manipuladores virtuales o el papel moneda para ayudarles a ver cómo los grupos de diez crean un nuevo valor posicional.

Números "globales"

Los números "globales" ocurren cuando más de un valor de posición cambia a la vez. Por ejemplo, cuando los estudiantes intentan resolver el número secreto

9,705 + ? = 10,005

La adición de 300 hace que cambien los lugares de las centenas, los millares y las decenas de millares.

La comprensión de los números envolventes implica entender la secuencia y los patrones de los números en valores de posición mayores. Si observa que los estudiantes tienen dificultades con esto, puede ayudarles repasar la actividad de contar por decenas y centenas de la Unidad 6 (véase la Guía del maestro, página 9). Realice estas actividades de recuento en una recta numérica para ayudar a los estudiantes a ver la secuencia de números.

Notas del maestro para las rutinas

¿Cuál no pertenece? 9

Pida a los estudiantes que nombren los valores de lugar en sus respuestas. Algunas respuestas posibles:

- El de parte superior izquierda no pertenece porque es el único conjunto que aumenta por un factor de diez cada vez (o que añade un cero, o que se multiplica por diez).
- El de la derecha superior es el único conjunto sin ceros. Aumenta un valor posicional cada vez, pero no se multiplica por diez.
- El de la parte inferior izquierda no pertenece porque es el único conjunto que aumenta por un factor de 100 cada vez (o que suma dos ceros, o que se multiplica por 100)
- El de la parte inferior derecha no pertenece porque el dígito uno aumenta su valor posicional, pero el dos permanece en el lugar uno. Este patrón no aparece en los otros conjuntos.

La mayor diferencia de dos números redondeados

Este problema de Open Middle insta a los estudiantes a explorar los extremos del redondeo. No se explicita si los números se redondean a la decena más cercana o a la centena más cercana: ambas interpretaciones podrían ser válidas. Los estudiantes tendrán que pensar en los números más grandes y más pequeños que pueden redondear a 500.

Entre las respuestas razonables podrían figurar 549 – 450 = 99 o 495 – 504 = 9.

Los estudiantes también pueden preguntarse si se pueden utilizar decimales, por ejemplo,

549.5 – 450.5 = 99

Permita que las diferencias en las respuestas creen un debate. Recuerde a los estudiantes que redondeamos por diferentes razones, dependiendo de lo preciso que necesitemos que sea nuestro número redondeado y de los números con los que sea fácil trabajar.

Crea una ecuación

Este problema de Open Middle puede hacerse varias veces con diferentes variaciones. Primero, haga que los estudiantes creen una ecuación que funcione. Después puede hacer que encuentren la suma más pequeña o más grande. Discuta las limitaciones que suponen los valores de posición disponibles. Para un reto adicional, haga que los estudiantes utilicen solo una vez cada dígito, del 1 al 9.

- **La mayor suma sin restricción de dígitos:** Cualquier combinación que sume 99.
- **La mayor suma sin restricción de dígitos:** Hay varias formas de hacer 98, incluyendo 98 = 57 + 41
- **La menor suma sin restricción de dígitos:** Cualquier combinación que sume 10, o 01 si quiere permitir el cero en el lugar de las decenas.
- **La menor suma sin restricción de dígitos:** 39 = 14 + 25, 39 = 15 + 24

Acertijos de la recta numérica 9:

A: 1,200, 1,210, 1,220, intervalos de 10

B: 1,850, 1,950, intervalos de 100

C: 5,300, 6,300, 7,300, intervalos de 1,000

Quiz de Sentido numérico (Unidades 8 y 9)

1) **a)** Cantidad que falta

b) Quitar

c) Comparar

2) El trabajo de los estudiantes será el más útil para determinar su comprensión. Las respuestas son:

122 – 119 = 3 (¿Reconocieron los estudiantes la pequeña diferencia o se limitaron a elaborar un algoritmo de reagrupación?)

450 – 280 = 170

670 – 498 = 172

3) Nina ganó $4,180. Describe dos formas diferentes en las que podría recibir sus ganancias utilizando billetes de $1,000, $100 o $10. Escribe una ecuación para cada uno.

Algunas posibilidades (no son exhaustivas):

4(1,000) + 1(100) + 8(10) = 4,180

41(100) + 8(10) = 4,180

418(10) = 4,180

3(1,000) + 11(100) + 8(10) = 4,180

4) Decide si cada ecuación es verdadera o falsa. ¿Cómo lo sabes?

a) 5(1,000) + 6(100) + 3(1) = 56(100) + 3(10) ⏩ FALSO $5{,}603 \neq 5{,}630$

b) 5(1,000) + 6(100) + 30(1) = 56(100) + 3(10) ⏩ VERDADERO 5,630 = 5,630

c) 56(100) + 30(10) = 59(100) ⏩ VERDADERO 5,900 = 5,900